PETIT TEST # 4 - MATH 2650 - LE 5 NOVEMBRE, 2003

VOUS POUVEZ UTILISER VOS LIVRES.

(1) (14 points) Est-ce que les trois vecteurs

$$\vec{u} = 3\vec{e_1} + \vec{e_2} - \vec{e_3}$$
$$\vec{v} = -\vec{e_1} - \vec{e_2} + \vec{e_3}$$
$$\vec{w} = 3\vec{e_1} - 3\vec{e_2} + 3\vec{e_3}$$

sont linéairement indépendant?

Sinon, exprimer un comme une combinaison linéaire des deux autres.

Nous cherchons une combinaison linéaire tel que $c_1\vec{u} + c_2\vec{v} + c_3\vec{w} = 0$. Cet équation est equivalent à

$$c_1[\vec{u}] + c_2[\vec{v}] + c_3[\vec{w}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 \end{array}\right] \overset{L_{32}(-1)}{\longrightarrow} \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

De cette matrice nous pouvons dire que $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ ne sont pas linéairement indépendent.

$$\overset{L_{12}}{\longrightarrow} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \overset{L_{21}(-3)}{\longrightarrow} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$$\Rightarrow c_1 - c_2 - 3c_3 = 0 \qquad 2c_2 + 12c_3 = 0$$

Il existe un infinité des solutions et si $c_3 = -1$, donc

$$c_3 = -1, c_2 = 6, c_1 = 3.$$

$$3\vec{u} + 6\vec{v} - \vec{w} = 0$$

$$\vec{w} = 3\vec{u} + 6\vec{v}$$

(2) (a) (8 points) Calculer la longeur des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ (de question 1).

$$|\vec{u}| = \sqrt{3^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{11}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

(b) (8 points) Déterminer $cos(\alpha)$ oú α est l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$$cos(\alpha) = \frac{u \cdot v}{|u||v|} = \frac{3(-1) + (-1) + (-1)}{\sqrt{3}\sqrt{11}} = \frac{-5}{\sqrt{3}\sqrt{11}}$$