LES EXERCISES POUR L'EXAMEN FINAL

N'utilisez pas vos livres. Vous pouvez avoir une feuille des notes.
Si vous avez le temp, verifiez vos reponses.

(1) Les matrices suivantes sont-elles inversibles? Si oui, calculer leur inverse.

$$\begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \\ 7 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(2) Calculer le determinant des matrices suivantes:

$$\begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ {x_1}^2 & {x_2}^2 & {x_3}^2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{bmatrix}$$

(3) Pour la matrice suivante, donner la décomposition triangulaire de la forme LU où L est triangulaire inférieur unitaire et U est triangulaire supérieure.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 1 & 5 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

(4) Trouver le polynôme minimal de la matrice

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 1 & 5 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

(5) Donner les solutions du système d'équations

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -2 & 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

(6) Trouver les solutions des systèmes d'équations linéaires ou montrer que ils sont contradictoires.

(a)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_3 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 3x_3 &= -1 \\ -2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 3 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 &= 2 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} x_1 - 5x_2 + 2x_3 &= 6 \\ -4x_2 + x_3 &= 2 \\ x_1 + 3x_2 &= 2 \end{aligned}$$

(7) Si $[u] = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ et $[v_1] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $[v_2] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $[v_3] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Trouver ${}_{\mathcal{B}}[u]$ ou $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$.

(8) Pour la même base $\mathcal{B}$, ${}_{\mathcal{B}}[w] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Calculer $[w]$.

(9) Trouver un vecteur géométrique qui est othogonal aux vecteurs $u_1 = 3e_1 - e_3$ et $u_2 = e_1 - 2e_2$. Donner équation d'un plan qui contient les pointes $(3, 0, -1)$ et $(1, -2, 0)$ et $(0, 0, 0)$ (de la forme paramétrique et de la forme $ax + by + cz = d$).

(10) Est-ce que les vecteurs $w_1 = -3e_2 + 3e_3$, $w_2 = e_1 + 2e_2$, $w_3 = 3e_1 + e_2 + 5e_5$ sont linéairement dépendants ou indépendant? Si ils sont linéairement dependent, trouver une combinaison linéaire qui est nulle.

(11) Est-ce que les vecteurs $w_1 = e_1 + 2e_3$, $w_2 = e_1 + e_2$, $w_3 = e_1 + e_2 - e_5$ sont linéairement dépendants ou indépendant? Si ils sont linéairement dependent, trouver une combinaison linéaire qui est nulle.